**Examenul de bacalaureat național 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_şt-nat***

**Test 5**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că $(0,2\cdot 10-1)(0,2\cdot 10+1)=3$.

**5p** **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)=x$.

**5p** **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{6-x}=\sqrt{x+14}$.

**5p** **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 2 mai mică decât cifra unităților.

**5p** **5.** Determinaţi numărul real $a$, pentru care $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$, unde $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$.

**5p** **6**. Arătaţi că $\operatorname{tg} x=\frac{3}{4}$, știind că $\sin x=\frac{3}{5}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

**1.** Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x+ay=1 \\ 2x+y+az=4 \\ -3x-y+z=1 \end{cases}$, unde $a$ este număr real și $A(a)$ matricea coeficienților sistemului.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

**5p** **b)** Pentru $a=-1$, determinați soluția sistemului de ecuații.

**5p** **c)** Demonstrați că, pentru orice număr rațional $p$, matricea $A(p)$ este inversabilă.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă și cu element neutru $x*y=xy-101x-101y+10302$.

**5p** **a)** Arătați că $x*y=(x-101)(y-101)+101$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **b)** Determinaţi numerele reale care sunt egale cu simetricul lor în raport cu legea „$*$”.

**5p** **c)** Determinaţi numerele întregi $x$ și $y$, cu $x<y$, pentru care $x*y=202$.

**SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-5$.

**5p** **a)** Determinați panta tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției $f$.

**5p** **b)** Demonstrați că funcția $f$ este convexă pe $\mathbb{R}$.

**5p** **c)** Demonstrați că $e^x(1-x)\le 1$, pentru orice număr real $x$.

**2.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$, $f(x)=\frac{x^2+4}{x}$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)dx=4$.

**5p** **b)** Calculați $\int_2^6\frac{2}{f(x)}dx$.

**5p** **c)** Determinați numărul real nenul $a$, știind că $\int_1^e\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{a}$.